

# COURS ET EXERCICES D'INFORMATIQUE

Classes préparatoires, 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> cycles universitaires

---

Ouvrage collectif — Coordination Luc Albert





# Cours et exercices d'informatique

جامعة محمد بوقرة - بومرداس

Université M'hamed Bougara - Boumerdes

المكتبة الجامعية

..CD.4.(075.S1)/ALB..  
رقم ..

5 = ex

جامعة محمد بوقرة - بومرداس

Université M'hamed Bougara - Boumerdes

المكتبة الجامعية

...0059878.....  
رقم الجرد:

# **Table des matières**

<i>Préface</i>	<i>xiii</i>
Le malentendu informatique . . . . .	xiii
Le programme d'informatique des classes préparatoires . . . . .	xiv
Le contenu de ce livre . . . . .	xvi
<i>I Présentation de CAML</i>	<i>1</i>
1 Caml est un langage interactif . . . . .	2
2 Caml est un langage (fortement) typé . . . . .	4
3 Caml est un langage fonctionnel . . . . .	8
3.1 Les fonctions Caml . . . . .	8
3.2 Les variables . . . . .	10
3.3 Le filtrage . . . . .	12
4 C'est aussi un langage impératif . . . . .	16
4.1 Le type unit . . . . .	16
4.2 La conditionnelle . . . . .	17
4.3 Les références . . . . .	18
4.4 Les boucles . . . . .	19
4.4.1 La boucle inconditionnelle . . . . .	19
4.4.2 La boucle conditionnelle . . . . .	20
4.5 Délimiteurs . . . . .	22
4.6 La programmation impérative est-elle indispensable? . . . . .	24
5 Compléments . . . . .	24
5.1 Variables de type . . . . .	24
5.1.1 Polymorphisme . . . . .	25
5.1.2 Variables de type faibles . . . . .	27
5.2 Fonctionnelles, opérateurs, curryfication . . . . .	28
5.3 Filtrage et égalité . . . . .	31

5.4	Type défini par l'utilisateur . . . . .	34
5.4.1	Type somme et type produit (enregistrement) . . . . .	34
5.4.2	Type mutable . . . . .	36
5.4.3	Type avec argument . . . . .	36
5.4.4	Type polymorphe . . . . .	37
5.4.5	Type récursif . . . . .	38
5.4.6	Types mutuellement récursifs . . . . .	40
5.5	Entrées-sorties, flots, compilation . . . . .	41
5.5.1	Entrées-sorties . . . . .	41
5.5.2	Flots . . . . .	43
5.5.3	Compilation . . . . .	46
5.6	Valeurs exceptionnelles . . . . .	47
5.6.1	Gestion des exceptions . . . . .	47
5.6.2	Utilisation des exceptions en programmation . . . . .	51
5.7	Débogage . . . . .	53
5.8	Graphisme . . . . .	58
6	Conclusion . . . . .	62
	Exercices . . . . .	63
	Correction . . . . .	68
<i>II Éléments de programmation</i>		77
1	Quelques conseils pour une « bonne » programmation... . . . . .	77
2	Récursivité . . . . .	79
2.1	Introduction . . . . .	79
2.2	Problèmes de terminaison . . . . .	82
2.2.1	Si peu de mathématiques... . . . . .	83
2.2.2	Quelques exemples . . . . .	85
2.2.3	Indécidabilité de la terminaison . . . . .	87
2.3	Preuves sur les programmes récursifs . . . . .	88
2.4	Programmer c'est prouver . . . . .	91
2.5	Récursivité croisée . . . . .	94
3	Programmes impératifs, éléments de preuve . . . . .	95
4	Itération contre récursivité . . . . .	97
	Exercices . . . . .	104
	Correction . . . . .	114
<i>III Structures de données</i>		129
1	Labyrinthe et graphe . . . . .	129
1.1	Implémentation des graphes . . . . .	130
1.2	Le parcours en profondeur d'abord . . . . .	134
1.3	Le fil d'Ariane... . . . . .	139
2	Type de données abstrait . . . . .	141
2.1	Définitions . . . . .	141
2.2	Induction structurelle . . . . .	143
3	Structures linéaires . . . . .	149

3.1	Les structures de données « liste » . . . . .	149
3.1.1	Liste dynamique . . . . .	149
3.1.2	La fonctionnelle <code>list_it</code> . . . . .	150
3.1.3	Liste indexée . . . . .	152
3.1.4	Recherche dans une liste . . . . .	153
3.2	Les piles . . . . .	154
3.2.1	Spécifications . . . . .	156
3.2.2	Implémentations . . . . .	157
3.2.3	Exemples d'utilisation . . . . .	159
3.3	Les files . . . . .	160
3.3.1	Spécifications . . . . .	161
3.3.2	Implémentations . . . . .	161
3.3.3	Exemples d'utilisation . . . . .	164
4	Arbres . . . . .	165
4.1	Définitions . . . . .	165
4.1.1	Une approche intuitive . . . . .	165
4.1.2	Définition formelle des arbres binaires . . . . .	167
4.1.3	Le type de données abstrait arbre binaire . . . . .	168
4.2	Algorithmes de base . . . . .	169
4.3	Parcours d'arbres binaires . . . . .	170
4.3.1	Parcours en profondeur . . . . .	171
4.3.2	Traitements préfixe, infixé, postfixe . . . . .	172
4.3.3	Parcours en largeur . . . . .	172
4.4	Combinatoire des arbres binaires . . . . .	174
4.5	Arbres binaires de recherche . . . . .	176
4.5.1	Définition . . . . .	176
4.5.2	Recherche . . . . .	176
4.5.3	Insertion . . . . .	177
4.5.4	Suppression . . . . .	177
4.5.5	Profondeur moyenne . . . . .	179
Exercices	. . . . .	181
Correction	. . . . .	189

## IV Complexité des algorithmes 207

1	Position du problème . . . . .	207
2	Choix d'un système de mesure . . . . .	208
3	Complexité moyenne et complexité dans le pire des cas . . . . .	208
4	Une étude de cas : la recherche linéaire . . . . .	209
5	Outils mathématiques . . . . .	210
6	Les principales classes de complexité . . . . .	211
7	Attention aux coûts occultes ! . . . . .	212
8	Résolution des récurrences linéaires . . . . .	213
9	Résolution des récurrences <i>diviser pour régner</i> . . . . .	214
9.1	Terminologie et exemples . . . . .	214
9.2	Étude du cas où $n$ est une puissance de 2 . . . . .	215
9.3	Étude du cas général . . . . .	215

10	Complexité du tri rapide . . . . .	216
10.1	Complexité du tri rapide dans le pire des cas . . . . .	216
10.2	Complexité en moyenne du tri rapide . . . . .	216
10.3	Conclusion sur les tris . . . . .	217
Exercices . . . . .		218
Correction . . . . .		223
<i>V Automates finis</i>		<i>231</i>
1	Quelques définitions . . . . .	231
2	Qu'est-ce qu'un automate? . . . . .	234
2.1	Définition et représentation des automates . . . . .	236
2.2	Langage accepté par un automate . . . . .	237
2.3	Automates complets . . . . .	240
2.4	Automates émondés . . . . .	242
2.5	Calcul explicite de l'émondé d'un automate . . . . .	243
2.6	Commentaires . . . . .	246
3	Automates déterministes . . . . .	247
3.1	Définition et premières propriétés . . . . .	248
3.2	Déterminisation d'un automate . . . . .	250
3.3	Commentaires . . . . .	254
4	Automates avec $\epsilon$ -transitions . . . . .	255
5	Automates et motifs . . . . .	258
6	Propriétés de fermeture . . . . .	263
6.1	Opérations ensemblistes . . . . .	263
6.2	Concaténation et itération . . . . .	265
6.3	Quotients . . . . .	269
6.4	Morphismes . . . . .	272
7	Critères de reconnaissabilité . . . . .	274
8	Langages et expressions rationnels . . . . .	280
8.1	Langages rationnels . . . . .	280
8.2	Expressions rationnelles . . . . .	281
9	Théorème de Kleene . . . . .	284
10	Minimisation . . . . .	291
10.1	Simulation . . . . .	292
10.2	Équivalence de Nérode . . . . .	294
10.2.1	Définition . . . . .	294
10.2.2	Calcul pratique . . . . .	296
10.3	Automate des résiduels . . . . .	300
10.4	Existence et unicité de l'automate minimal . . . . .	301
10.5	Cas des automates non-déterministes . . . . .	302
Correction . . . . .		307

<i>VI Logique propositionnelle</i>	<i>331</i>
1 Syntaxe . . . . .	332
1.1 Structure arborescente d'une proposition . . . . .	332
1.2 Notation parenthésée . . . . .	334
1.3 Autres notations linéaires . . . . .	337
2 Sémantique . . . . .	337
2.1 Évaluation . . . . .	338
2.2 Tables de vérité . . . . .	340
Note culturelle . . . . .	341
3 Tautologies . . . . .	342
3.1 Tautologies . . . . .	342
3.1.1 Définitions . . . . .	342
3.1.2 Exemples fondamentaux de tautologies . . . . .	342
3.2 Obtention de tautologies . . . . .	344
3.2.1 Substitution . . . . .	344
3.2.2 Principe de dualité . . . . .	344
3.3 Méthodes usuelles de démonstration . . . . .	345
3.3.1 Analyse de cas . . . . .	345
3.3.2 Contraposition . . . . .	345
3.3.3 Raisonnement par l'absurde . . . . .	346
3.3.4 Raisonnement par équivalence à <i>Vrai</i> . . . . .	346
3.4 Démonstration automatique . . . . .	347
3.4.1 Déduction . . . . .	347
3.4.2 Résolution . . . . .	348
4 Formes normales . . . . .	351
4.1 Fonctions logiques . . . . .	351
4.2 Nouvelles notations . . . . .	352
4.3 Formes conjonctives et disjonctives d'une proposition . . . . .	352
5 Circuits logiques . . . . .	355
5.1 Portes logiques fondamentales . . . . .	356
5.2 Circuits combinatoires . . . . .	357
5.3 Tableaux de Karnaugh . . . . .	358
5.4 Exemples de circuits combinatoires . . . . .	361
5.4.1 Codeurs. Décodeurs. Transcodeurs . . . . .	361
5.4.2 Multiplexeurs . . . . .	364
5.4.3 Circuits arithmétiques . . . . .	366
5.4.4 Additionneur « diviser pour régner » . . . . .	368
5.5 Notions sur les circuits séquentiels . . . . .	375
Exercices . . . . .	378
Correction . . . . .	392

<i>A Programme de l'option informatique en MPSI</i>	413
<i>B Programme de l'option informatique en MP</i>	417
<i>C Notations</i>	423
<i>Bibliographie</i>	425
<i>Index</i>	429

[...] il n'y a plus que deux manières de se servir d'un Livre comme il faut. La première est la même dont plusieurs gens usent à l'égard des grands seigneurs : ils apprennent par cœur leurs titres, et ensuite ils se vantent d'en être les amis intimes. La seconde, qui est la mieux choisie, et la plus profonde, consiste à s'attacher à la Table des Matières, par laquelle un livre est dirigé, comme un vaisseau par le gouvernail.

Swift — *Le conte du tonneau*