

Claude Aslangul

# Mécanique quantique

1. Fondements et premières applications

COURS

LMD

Licence de physique (L3)



de boeck

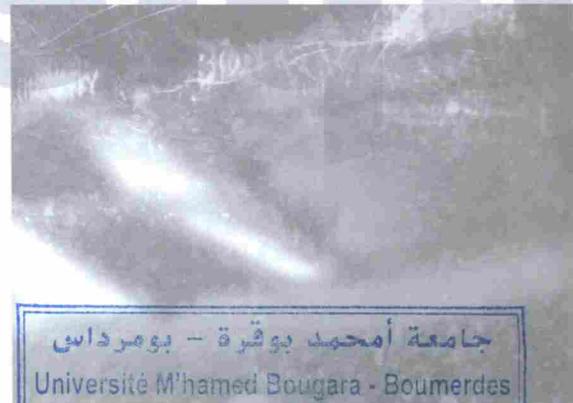
Claude Aslangul



# Mécanique quantique

## 1. Fondements et premières applications

COURS



جامعة أمحمد بوقرة - بومرداس  
Université M'hamed Bougara - Boumerdes  
المكتبة الجامعية  
رقم الجرد: 0563446.....

جامعة أمحمد بوقرة - بومرداس  
Université M'hamed Bougara - Boumerdes  
المكتبة الجامعية  
رقم: 531(042.4)/A/ASL.....



de boeck

15x

# Table des Matières

<b>I Fondements</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>3</b>
1.1 L'hypothèse atomique . . . . .	3
1.2 L'électron . . . . .	7
1.3 Les ions . . . . .	12
1.4 Modèles d'atome . . . . .	15
1.5 Instabilité électrodynamique de l'atome classique . . . . .	18
1.6 Exercices et problèmes . . . . .	21
1.6.1 Détermination du rapport charge/masse de l'électron (méthode de Thomson et Kaufmann) . . . . .	21
1.6.2 Détermination du nombre d'Avogadro $\mathcal{N}$ à l'aide du mouvement Brownien . . . . .	23
1.6.3 Les expériences de Kappler (1931) . . . . .	25
1.6.4 Équilibre d'une atmosphère isotherme . . . . .	25
1.6.5 Mesure précise de l'impulsion de particules par focalisation . . . . .	26
1.6.6 Spectrographe de masse . . . . .	27
1.6.7 Le spectromètre de Bainbridge . . . . .	28
1.6.8 La force d'Abraham - Lorentz . . . . .	29
1.6.9 Durée de vie de l'atome de Jean Perrin . . . . .	31

<b>2</b>	<b>La radioactivité</b>	<b>33</b>
2.1	La radioactivité : découverte et premiers faits expérimentaux . . . . .	33
2.2	Loi de décroissance radioactive . . . . .	42
2.3	Exercices et problèmes . . . . .	47
2.3.1	La radioactivité à l'hôpital . . . . .	47
2.3.2	Loi de déclin radioactif . . . . .	47
2.3.3	Mesure du nombre d'Avogadro . . . . .	48
2.3.4	Chaînes radioactives . . . . .	48
2.3.5	Longueur de parcours d'une particule $\alpha$ dans l'air . . . . .	49
2.3.6	Résolution de l'équation (2.15) par la transformation de Laplace . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Les expériences de Rutherford</b>	<b>53</b>
3.1	Principes généraux des expériences . . . . .	53
3.2	Généralités sur la collision élastique de deux particules élémentaires . . . . .	55
3.2.1	Lois de conservation . . . . .	55
3.2.2	Réduction du problème à deux corps en interaction centrale . . . . .	59
3.3	Déviations d'une particule chargée par un noyau d'atome . . . . .	62
3.4	Section efficace de collision . . . . .	65
3.5	Section efficace différentielle pour la diffusion Rutherford . . . . .	68
3.6	Exercices et problèmes . . . . .	71
3.6.1	Ordres de grandeurs . . . . .	71
3.6.2	Collision élastique de deux particules . . . . .	71
3.6.3	Distance minimale d'approche pour la diffusion Rutherford . . . . .	72
3.6.4	Section efficace de diffusion par un centre répulsif . . . . .	73
3.6.5	Section efficace de capture par un centre attractif . . . . .	74
3.6.6	Diffusion par un puits sphérique attractif . . . . .	75
3.6.7	Passage du repère du centre de masse au repère du laboratoire pour la diffusion de deux particules en interaction centrale . . . . .	77

<b>4</b>	<b>Quantification de l'énergie : le rayonnement thermique</b>	<b>81</b>
4.1	Le rayonnement thermique . . . . .	81
4.1.1	Faits expérimentaux et nature physique du rayonnement thermique . . . . .	82
4.1.2	Description phénoménologique du rayonnement thermique . . . . .	89
4.1.3	Loi de Stefan (1879) . . . . .	93
4.2	Loi de Planck (1900) . . . . .	97
4.2.1	Retour sur la loi du déplacement de Wien . . . . .	97
4.2.2	Formule de Rayleigh - Jeans (1900) . . . . .	98
4.2.3	Loi de Planck . . . . .	108
4.3	Exercices et problèmes . . . . .	112
4.3.1	Température d'un astre . . . . .	112
4.3.2	Température du filament d'une ampoule à incandescence . . . . .	113
4.3.3	Refroidissement radiatif d'une sphère . . . . .	113
4.3.4	Perte de masse du soleil par seconde . . . . .	114
4.3.5	Pression de radiation solaire à la surface de la Terre . . . . .	114
4.3.6	Pression de radiation sur une surface rugueuse . . . . .	114
4.3.7	Variations sur la formule de Planck . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Quantification de l'énergie : le photon</b>	<b>117</b>
5.1	L'effet photo-électrique . . . . .	117
5.1.1	Découverte et faits expérimentaux . . . . .	118
5.1.2	L'interprétation d'Einstein (1905) . . . . .	120
5.2	Le photon . . . . .	127
5.2.1	Relation de dispersion du photon . . . . .	127
5.2.2	Comparaison avec la description corpusculaire classique de la pression de radiation . . . . .	129

5.3	L'effet Compton	131
5.3.1	Diffusion des rayons X par les atomes	131
5.3.2	Les expériences de Compton et leur interprétation (1921-1923)	133
5.4	Exercices et problèmes	140
5.4.1	Ordres de grandeurs	140
5.4.2	Effet photo-électrique	141
5.4.3	Mesure précise de la constante de Planck (Millikan)	141
5.4.4	Histoire de photo-électron	142
5.4.5	Effet photo-électrique par irradiation thermique	142
5.4.6	Impossibilité d'absorption d'un photon par un électron libre	143
5.4.7	Réflexion d'un <i>flash</i> de lumière sur un miroir pendulaire	143
5.4.8	Diffusion Compton en phase gazeuse	143
5.4.9	Distribution angulaire des électrons Compton	144
5.4.10	Irradiation d'une cible par un rayonnement très dur	144
5.4.11	Masse gravitationnelle du photon	145
5.4.12	Effet Čerenkov	145
5.4.13	L'effet Compton inverse	147
<b>6</b>	<b>Structure atomique, raies spectrales, théorie de Bohr</b>	<b>149</b>
6.1	Spectre de raies	149
6.1.1	Spectres atomiques	149
6.1.2	Élargissement des raies spectrales	152
6.1.3	Formule de Balmer et généralisation de Ritz	156
6.2	Le modèle de Bohr (1913)	158
6.2.1	Difficultés du modèle planétaire et proposition de Bohr	158
6.2.2	Orbités stationnaires de Bohr	160

6.3	Quantification de l'énergie : confirmations . . . . .	167
6.3.1	Le phénomène de résonance optique . . . . .	168
6.3.2	Les expériences de Lenard . . . . .	172
6.3.3	Les expériences de Franck et Hertz (1914) . . . . .	174
6.4	Exercices et problèmes . . . . .	177
6.4.1	Ordres de grandeur . . . . .	177
6.4.2	Transformées de Fourier usuelles . . . . .	177
6.4.3	Théorème du Viriel . . . . .	177
6.4.4	Effet photo-électrique sur une vapeur atomique . . . . .	178
6.4.5	Diffusion de la lumière par l'atome classique (modèle de Thomson) . . . . .	178
6.4.6	Largeurs Doppler et naturelle . . . . .	180
6.4.7	Mesure de la durée de vie d'un état excité à l'aide d'un jet atomique . . . . .	181
6.4.8	Évolution des populations d'une vapeur atomique excitée à la résonance . . . . .	183
6.4.9	Identification d'une raie spectrale . . . . .	184
6.4.10	Effet Doppler et recul d'un atome en absorption . . . . .	184
6.4.11	Séries spectroscopiques de l'hydrogène selon Bohr . . . . .	185
6.4.12	Séparation des raies de deux isotopes . . . . .	185
6.4.13	Coïncidences spectrales . . . . .	185
6.4.14	Étude énergétique d'un atome hydrogénoïde . . . . .	185
6.4.15	Le positronium . . . . .	186
6.4.16	Quelques propriétés du modèle de Bohr . . . . .	186

<b>7</b>	<b>L'Ancienne Théorie des Quanta</b>	<b>187</b>
7.1	Rudiments de Mécanique analytique . . . . .	188
7.1.1	Principe de moindre action (PMA) et équations de Lagrange . . .	188
7.1.2	Équations de Hamilton . . . . .	198
7.1.3	Équation de Hamilton - Jacobi . . . . .	202
7.1.4	Crochets de Poisson . . . . .	208
7.2	La règle de Planck pour l'oscillateur harmonique . . . . .	209
7.3	Les règles de quantification de Bohr - Wilson - Sommerfeld . . . . .	212
7.3.1	Généralisation de la règle de Bohr . . . . .	212
7.3.2	Application à l'atome d'hydrogène . . . . .	213
7.3.3	Corrections relativistes . . . . .	218
7.4	Exercices et problèmes . . . . .	222
7.4.1	Particule chargée dans un champ électromagnétique . . . . .	222
7.4.2	Invariance en forme de l'énergie cinétique pour des coordonnées cartésiennes . . . . .	223
7.4.3	Équivalence entre équation différentielle et principe variationnel . .	223
7.4.4	Oscillateur harmonique traité en Mécanique analytique . . . . .	224
7.4.5	Oscillateur harmonique dans un champ constant et homogène . . .	224
7.4.6	Crochets de Poisson . . . . .	225
7.4.7	Action d'une particule chargée uniformément accélérée par un champ électrique constant $\vec{\mathcal{E}}$ . . . . .	225
7.4.8	Action d'un oscillateur harmonique . . . . .	225
7.4.9	L'atome d'hydrogène selon Bohr - Wilson - Sommerfeld . . . . .	226
7.4.10	Quantification d'une particule dans un segment de $\mathbb{R}$ . . . . .	228
7.4.11	Quantification d'une particule dans une boîte carrée . . . . .	229
7.4.12	Quantification d'un modèle atomique . . . . .	229
7.4.13	Corrections relativistes : le doublet $H_\alpha$ . . . . .	231

<b>8</b>	<b>Structure du noyau atomique</b>	<b>233</b>
8.1	Charge du noyau	233
8.2	Rayon du noyau	238
8.3	Composition du noyau	245
8.4	Énergie de liaison du noyau	247
8.4.1	Défaut de masse	247
8.4.2	Formule de Weizsäcker et le modèle de la goutte liquide	249
8.5	Transitions nucléaires	252
8.6	Exercices et problèmes	253
8.6.1	Puissance X émise par <i>Bremsstrahlung</i>	253
8.6.2	Émission d'un photon par un noyau	254
8.6.3	Facteur de forme d'un noyau	254
8.6.4	Désintégration du bismuth	255
8.6.5	Barrière coulombienne pour deux noyaux de deutérium	255
<b>II</b>	<b>Élaboration de la Mécanique quantique et premières applications</b>	<b>257</b>
<b>9</b>	<b>L'avènement de la Mécanique quantique</b>	<b>259</b>
9.1	Problèmes de l'Ancienne Théorie des Quanta	260
9.2	La Mécanique des Matrices	261
9.3	Les ondes de matière (de Broglie, 1923)	273
9.4	L'équation de Schrödinger	279
9.5	Vitesse de groupe	291
9.6	Diffraction des particules matérielles	295
9.7	Limite classique	296
9.7.1	Longueur d'onde pour un objet macroscopique	297

9.7.2	Limite classique de la fonction d'onde . . . . .	299
9.8	Exercices et problèmes . . . . .	304
9.8.1	Horizon de Planck . . . . .	304
9.8.2	Conséquences de l'incertitude sur les conditions initiales sur la prédiction d'un mouvement classique . . . . .	304
9.8.3	Particule confinée sur un segment . . . . .	306
9.8.4	Analyse de Fourier du problème de Kepler . . . . .	306
9.8.5	Sur la Mécanique des Matrices . . . . .	309
9.8.6	Propriétés ondulatoires des particules matérielles . . . . .	311
9.8.7	Diffraction de neutrons par un cristal d'atomes unidimensionnel . . . . .	313
9.8.8	Équation de conservation . . . . .	314
9.8.9	Propagateur dans un milieu non dispersif . . . . .	314
9.8.10	Sur la nécessité de la réalité de la valeur propre $E$ dans l'équation (9.70) . . . . .	314
<b>10</b>	<b>Fonction d'onde</b>	<b>315</b>
10.1	Fentes d'Young . . . . .	316
10.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde et conséquences . . . . .	326
10.2.1	L'interprétation de Born . . . . .	326
10.2.2	Calcul des valeurs moyennes . . . . .	331
10.2.3	Le déterminisme quantique . . . . .	339
10.3	Principe d'incertitude de Heisenberg . . . . .	345
10.3.1	Principe d'incertitude spatial . . . . .	345
10.3.2	Principe d'incertitude temporel . . . . .	349
10.4	Exercices et problèmes . . . . .	351
10.4.1	Expériences d'Young . . . . .	351
10.4.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde . . . . .	352

10.4.3	Forme locale de la conservation de l'énergie en Mécanique quantique . . . . .	353
10.4.4	Opérateur associé à une grandeur classique . . . . .	354
10.4.5	Particule chargée dans un champ électrique constant . . . . .	354
10.4.6	Relations d'incertitude . . . . .	355
10.4.7	Le microscope de Heisenberg . . . . .	356
10.4.8	D'autres inégalités . . . . .	356
10.4.9	Une expérience mentale . . . . .	357
<b>11</b>	<b>Magnétisme atomique</b>	<b>359</b>
11.1	Magnétisme classique . . . . .	360
11.1.1	Moment magnétique . . . . .	360
11.1.2	Précession de Larmor . . . . .	365
11.1.3	Paramagnétisme classique . . . . .	367
11.1.4	Expériences de Einstein - de Haas et de Barnett . . . . .	370
11.2	Expérience de Stern et Gerlach . . . . .	372
11.3	Exercices et problèmes . . . . .	380
11.3.1	Les fonctions de Brillouin $B_J$ . . . . .	380
11.3.2	L'électron est-il une petite bille qui tourne sur elle-même ? . . . .	381
11.3.3	L'expérience de Stern et Gerlach . . . . .	381
<b>12</b>	<b>Postulats et structure formelle de la Mécanique quantique</b>	<b>385</b>
12.1	Énoncé des postulats . . . . .	385
12.1.1	Notion d'état . . . . .	385
12.1.2	Notion d'observable . . . . .	390
12.1.3	Résultats possibles de la mesure d'une grandeur physique . . . . .	394
12.1.4	La réduction du paquet d'ondes . . . . .	399

12.1.5	Évolution des systèmes dans le temps . . . . .	404
12.2	Les bases du formalisme de la Mécanique quantique . . . . .	408
12.2.1	Changement de base . . . . .	408
12.2.2	Produit scalaire . . . . .	411
12.2.3	Généralisations . . . . .	418
12.3	Exercices et problèmes . . . . .	426
12.3.1	Atome de moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$ . . . . .	426
12.3.2	Sur le fondamental de l'oscillateur harmonique . . . . .	427
12.3.3	Oscillateur harmonique subitement perturbé . . . . .	428
12.3.4	Mesures sur un moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$ . . . . .	428
12.3.5	Mesures successives d'observables . . . . .	429
12.3.6	Mesures de la position et de l'énergie d'un oscillateur harmonique . . . . .	431
12.3.7	Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre . . . . .	432
12.3.8	Formalisme de Dirac . . . . .	432
12.3.9	Règle de somme . . . . .	434
12.3.10	La vitesse moyenne est nulle dans tout état... . . . .	434
<b>13</b>	<b>Opérateurs</b> . . . . .	<b>435</b>
13.1	Propriété fondamentale des observables : hermiticité . . . . .	436
13.2	Valeur moyenne d'une observable : utilisation de sa base propre . . . . .	440
13.3	Représentation des opérateurs hermitiques et des opérateurs unitaires . . . . .	443
13.4	Retour sur la notation de Dirac . . . . .	447
13.5	Opérateurs commutant entre eux . . . . .	449
13.6	Combinaisons d'opérateurs . . . . .	452
13.7	Représentation- $\vec{r}$ . . . . .	456
13.8	Représentation- $\vec{p}$ . . . . .	463

13.9 Exercices et problèmes . . . . .	466
13.9.1 Relations diverses de l'algèbre des opérateurs . . . . .	466
13.9.2 Trace d'un opérateur . . . . .	467
13.9.3 Opérateur fonction d'une variable . . . . .	468
13.9.4 Opérateur unitaire dérivable . . . . .	468
13.9.5 Série entière d'opérateurs . . . . .	469
13.9.6 Exponentielle du gradient . . . . .	469
13.9.7 Équation de Dyson . . . . .	469
13.9.8 Identité de Glauber . . . . .	470
13.9.9 Composantes hermitiques d'un opérateur linéaire . . . . .	470
13.9.10 Projecteurs . . . . .	471
13.9.11 Résolvante . . . . .	471
<b>14 Évolution temporelle d'un système quantique</b>	<b>473</b>
14.1 Description de l'évolution dans le temps . . . . .	473
14.1.1 La description de Schrödinger . . . . .	476
14.1.2 La description de Heisenberg . . . . .	484
14.1.3 Le théorème d'Ehrenfest . . . . .	491
14.2 Propagateur . . . . .	493
14.3 La formulation de Feynman . . . . .	499
14.4 Exemples de paquets d'ondes . . . . .	502
14.5 Séparation espace – temps et états stationnaires . . . . .	505
14.6 Exercices et problèmes . . . . .	508
14.6.1 Perturbation de Dirac . . . . .	508
14.6.2 Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre (suite) . . . . .	508
14.6.3 Particule dans un champ constant . . . . .	509

14.6.4	Oscillateur harmonique chargé soumis soudainement à un champ électrique . . . . .	510
14.6.5	Intrication de deux systèmes . . . . .	511
14.6.6	Évolution d'un système à trois niveaux . . . . .	512
14.6.7	Évolution d'un paquet d'ondes gaussien . . . . .	513
14.6.8	Mouvement uniformément accéléré . . . . .	514
14.6.9	Exemple de factorisation du propagateur . . . . .	516
14.6.10	La molécule d'ammoniac . . . . .	516
14.6.11	Allongement du temps de retour avec la densification des états . . . . .	518
14.6.12	Quelques résultats pour l'opérateur d'évolution avec un Hamiltonien dépendant du temps . . . . .	520
<b>15</b>	<b>Potentiels à une dimension constants par morceaux</b>	<b>521</b>
15.1	Propriétés générales des problèmes à une dimension . . . . .	523
15.2	La quantification comme conséquence des conditions imposées à $\Psi$ . . . . .	532
15.2.1	États liés . . . . .	533
15.2.2	États non-liés . . . . .	535
15.3	Le puits carré . . . . .	537
15.3.1	Le puits fini . . . . .	538
15.3.2	Le puits infini . . . . .	559
15.4	La marche de potentiel . . . . .	563
15.5	La barrière de potentiel . . . . .	567
15.6	Exercices et problèmes . . . . .	570
15.6.1	Diffusion par un puits de potentiel . . . . .	570
15.6.2	Puits infiniment profond : valeurs moyennes dans un état non stationnaire . . . . .	571
15.6.3	Expansion soudaine d'un puits infiniment profond . . . . .	572
15.6.4	Puits infiniment profond en représentation- $p$ . . . . .	573

15.6.5	Puits de Dirac . . . . .	573
15.6.6	Puits en représentation- $p$ . . . . .	575
15.6.7	Puits de Dirac comme limite du puits carré . . . . .	576
15.6.8	Influence d'un mur infranchissable sur les états d'un potentiel de Dirac . . . . .	577
15.6.9	Enrichissement isotopique par réflexion sur une barrière de potentiel . . . . .	579
15.6.10	Puits infini avec une barrière centrale de Dirac . . . . .	580
15.6.11	Effet-tunnel dans un double puits à <i>la</i> Dirac . . . . .	581
15.6.12	Effet tunnel dans un double puits carré . . . . .	582
15.6.13	Puits asymétrique . . . . .	583
15.6.14	Impureté localisée dans une barrière . . . . .	584
15.6.15	Pénétration de neutrons dans un milieu magnétique . . . . .	585
15.6.16	Anti-marche de potentiel . . . . .	586
15.6.17	Coefficients de réflexion et de transmission d'une double barrière . . . . .	586
15.6.18	Électron dans un puits excité par un champ électrique impulsionnel . . . . .	588
<b>16</b>	<b>L'oscillateur harmonique</b> . . . . .	<b>589</b>
16.1	L'importance de l'oscillateur harmonique . . . . .	590
16.2	Résolution de l'équation aux valeurs propres . . . . .	594
16.3	Quantification canonique, opérateurs de création et d'annihilation . . . . .	611
16.4	Le propagateur de l'oscillateur harmonique . . . . .	618
16.5	États cohérents . . . . .	623
16.6	Exercices et problèmes . . . . .	628
16.6.1	Relation de fermeture . . . . .	628
16.6.2	Quand le ressort casse. . . . .	629
16.6.3	Mesures de position et d'énergie sur un oscillateur harmonique . . . . .	629

16.6.4	Dynamique d'un oscillateur . . . . .	629
16.6.5	Oscillateur confiné sur $\mathbb{R}_+$ . . . . .	630
16.6.6	Expansion ou compression soudaine d'un oscillateur . . . . .	631
16.6.7	Oscillateur harmonique forcé . . . . .	632
16.6.8	Intégration de l'exponentielle d'une forme quadratique . . . . .	633
16.6.9	À propos des états cohérents . . . . .	633
 <b>Bibliographie</b> . . . . .		635
 <b>Index</b> . . . . .		643

Claude Aslangul

# Mécanique quantique

*L'auteur prend un soin extrême à situer la mécanique quantique dans son développement historique, pour ne pas placer le lecteur face à l'énoncé de postulats arbitraires qui pourraient le rebuter. L'ensemble est très rigoureux, clairement exposé, et les notions sont abondamment discutées au fur et à mesure de leur introduction.*

Ce premier tome, correspondant à un enseignement de 3<sup>e</sup> année, est divisé en deux parties. La première partie analyse les expériences cruciales de la physique microscopique qui, à l'orée du XX<sup>e</sup> siècle, ont imposé une révision radicale des concepts pour la compréhension des phénomènes à l'échelle atomique. Cette partie revient sur des notions fondamentales de mécanique, de statistique et d'électromagnétisme, et donne l'occasion de raisonner physiquement et de manipuler des ordres de grandeurs. Elle fournit enfin le prétexte idéal à une introduction élémentaire de la mécanique analytique, souvent absente des cursus. Cette partie se termine par une présentation comparée des deux premières versions de la mécanique quantique : la mécanique des matrices de Heisenberg et la mécanique ondulatoire de Schrödinger.

La deuxième partie commence par une synthèse des idées rassemblées antérieurement, autorisant l'énoncé des postulats sur la base du sens physique, et la mise en place intuitive et pragmatique du formalisme mathématique nécessaire. Par la suite, l'accent est mis sur le lien indissoluble entre le contenu physique de la théorie et sa conséquence la plus spectaculaire : la quantification de certaines grandeurs physiques. Les problèmes les plus simples (potentiels constants par morceaux) sont ensuite traités en détail, révélant les comportements étranges prévus par la théorie quantique, et mettant en évidence l'extrême singularité de la limite classique. Ce tome s'achève par le traitement de l'oscillateur harmonique, allant jusqu'à l'introduction des opérateurs de création et d'annihilation et la définition des états cohérents.

Cet ouvrage est issu d'une expérience d'enseignement pendant plusieurs années en Licence et Maîtrise de Physique de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) et à l'École Normale Supérieure (Ulm).



## Les «plus»

- ▶ Très nombreux exercices corrigés
- ▶ Style clair et vivant, facilitant la lecture
- ▶ Conforme aux enseignements de 3<sup>e</sup> année de physique (L3)

**Claude Aslangul** est professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) et enseigne également à l'École Normale Supérieure (Ulm). Il est membre du Laboratoire de Physique Théorique de la Matière Condensée (Jussieu).

ISBN 978-2-8041-5509-4



MECAQUAN

Dans le cadre du nouveau Système Européen de Transfert de Crédits (E.C.T.S.), ce manuel couvre en **France** les niveaux : Licence 3.  
En **Belgique** : Baccalauréat 3.  
En **Suisse** : Bachelor 3.  
Au **Canada** : Baccalauréat 3.

