

André
Fortin


$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^3 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 & \dots & x_n^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix}$$

Analyse numérique pour ingénieurs

Quatrième édition

PRESSES INTERNATIONALES
POLYTECHNIQUE

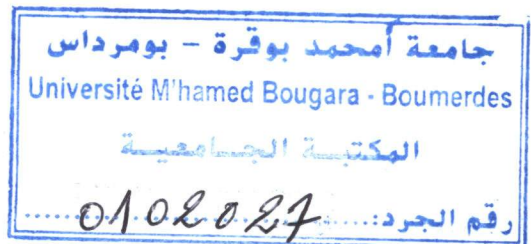
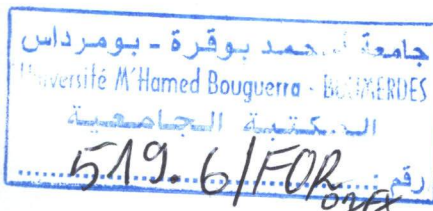


André
Fortin

Professeur
à l'Université
Laval

Analyse numérique pour ingénieurs

Quatrième édition



PRESSES INTERNATIONALES
POLYTECHNIQUE

Table des matières

1	Analyse d'erreurs	1
1.1	Introduction	1
1.2	Erreurs de modélisation	4
1.3	Représentation des nombres sur ordinateur	7
1.3.1	Représentation des entiers signés	9
1.3.2	Représentation des nombres réels	11
1.3.3	Erreurs dues à la représentation	12
1.4	Norme IEEE-754	14
1.4.1	Exceptions	16
1.4.2	Nombres non normalisés	17
1.5	Arithmétique flottante	18
1.5.1	Opérations élémentaires	19
1.5.2	Opérations risquées	22
1.5.3	Évaluation des polynômes	26
1.6	Erreurs de troncature	27
1.6.1	Développement de Taylor en une variable	28
1.6.2	Développement de Taylor en plusieurs variables	35
1.6.3	Propagation d'erreurs dans le cas général	36
1.7	Évaluation de la fonction e^x	39
1.8	Exercices	43
2	Équations non linéaires	51
2.1	Introduction	51
2.2	Méthode de la bisection	52
2.3	Méthodes des points fixes	56
2.3.1	Convergence de la méthode des points fixes	60
2.3.2	Interprétation géométrique	64
2.3.3	Extrapolation d'Aitken	67
2.4	Méthode de Newton	69
2.4.1	Interprétation géométrique	71
2.4.2	Analyse de convergence	71
2.4.3	Cas des racines multiples	75
2.5	Méthode de la sécante	79
2.6	Applications	82
2.6.1	Modes de vibration d'une poutre	83
2.6.2	Premier modèle de viscosité	85
2.7	Exercices	88

3 Systèmes d'équations algébriques 97

3.1	Introduction	97
3.2	Systèmes linéaires	97
3.3	Opérations élémentaires sur les lignes	102
3.3.1	Multiplication d'une ligne par un scalaire	103
3.3.2	Permutation de deux lignes	104
3.3.3	Opération $(\vec{l}_i \leftarrow \vec{l}_i + \lambda \vec{l}_j)$	105
3.4	Élimination de Gauss	106
3.5	Décomposition LU	110
3.5.1	Principe de la méthode	110
3.5.2	Décomposition de Crout	111
3.5.3	Décomposition LU et permutation de lignes	117
3.5.4	Factorisation de Choleski	121
3.5.5	Les systèmes tridiagonaux	124
3.6	Calcul de la matrice inverse A^{-1}	126
3.7	Effets de l'arithmétique flottante	129
3.8	Conditionnement d'une matrice	134
3.9	Systèmes non linéaires	144
3.10	Applications	151
3.10.1	Calcul des tensions dans une ferme	151
3.10.2	Deuxième modèle de viscosité	154
3.10.3	Réseau de distribution d'eau	156
3.11	Exercices	159

4 Méthodes itératives et systèmes dynamiques discrets 169

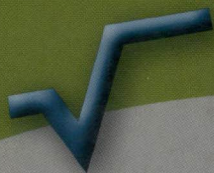
4.1	Introduction	169
4.2	Application quadratique	169
4.3	Méthodes des points fixes : cas complexe	178
4.4	Rappels sur les valeurs et vecteurs propres	183
4.4.1	Méthode des puissances	185
4.4.2	Méthode des puissances inverses	188
4.5	Méthodes des points fixes en dimension n	189
4.6	Méthodes itératives pour les systèmes linéaires	197
4.6.1	Méthode de Jacobi	199
4.6.2	Méthode de Gauss-Seidel	204
4.7	Exercices	207

5 Interpolation 209

5.1	Introduction	209
5.2	Matrice de Vandermonde	211
5.3	Interpolation de Lagrange	212
5.4	Polynôme de Newton	216
5.5	Erreur d'interpolation	223
5.6	Splines cubiques	231
5.6.1	Courbes de la forme $y = f(x)$	232
5.6.2	Splines paramétrées	240
5.7	Krigeage	244
5.7.1	Effet pépité	251

5.7.3	Cas multidimensionnel	258
5.8	Transformée de Fourier discrète	260
5.9	Introduction aux NURBS	272
5.9.1	B-splines	272
5.9.2	Génération de courbes	278
5.9.3	B-splines rationnelles non uniformes	278
5.9.4	Construction des coniques	280
5.9.5	Construction des surfaces	282
5.10	Exercices	284
6	Différentiation et intégration numériques	293
6.1	Introduction	293
6.2	Différentiation numérique	293
6.2.1	Dérivées d'ordre 1	294
6.2.2	Dérivées d'ordre supérieur	300
6.3	Extrapolation de Richardson	304
6.4	Intégration numérique	306
6.4.1	Formules de Newton-Cotes simples et composées	306
6.4.2	Méthode de Romberg	321
6.4.3	Quadratures de Gauss-Legendre	324
6.4.4	Intégration à l'aide des splines	332
6.5	Applications	334
6.5.1	Courbe des puissances classées	334
6.5.2	Puissance électrique d'un ordinateur	334
6.6	Exercices	336
7	Équations différentielles	343
7.1	Introduction	343
7.2	Méthode d'Euler explicite	345
7.3	Méthodes de Taylor	352
7.4	Méthodes de Runge-Kutta	356
7.4.1	Méthodes de Runge-Kutta d'ordre 2	356
7.4.2	Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	359
7.4.3	Contrôle de l'erreur	362
7.5	Méthodes à pas multiples	365
7.6	Systèmes d'équations différentielles	372
7.7	Équations d'ordre supérieur	375
7.8	Stabilité absolue	377
7.8.1	Quelques mots sur les méthodes implicites	382
7.9	Méthodes de tir	386
7.9.1	Équations linéaires	386
7.9.2	Équations non linéaires	396
7.10	Méthodes des différences finies	399
7.11	Applications	403
7.11.1	Problème du pendule	403
7.11.2	Systèmes de masses et de ressorts	407
7.11.3	Attracteur étrange de Lorenz	410
7.11.4	Défi du golfeur	

Réponses aux exercices du chapitre 1	427
Réponses aux exercices du chapitre 2	433
Réponses aux exercices du chapitre 3	440
Réponses aux exercices du chapitre 4	449
Réponses aux exercices du chapitre 5	451
Réponses aux exercices du chapitre 6	459
Réponses aux exercices du chapitre 7	466



Analyse numérique pour ingénieurs

Quatrième édition

Depuis plusieurs années, l'analyse numérique connaît un essor considérable et la plupart des facultés de sciences et de génie offrent au moins un cours d'introduction à cette discipline. La maîtrise de cet outil extrêmement performant est devenue indispensable dans la formation scientifique en général, et en particulier dans celle des ingénieurs, puisqu'elle permet d'aborder et de résoudre des problèmes dont la solution est inimaginable par les méthodes analytiques classiques. Ce livre couvre notamment l'analyse d'erreurs, les racines d'équations algébriques, les systèmes d'équations linéaires et non linéaires, les techniques d'interpolation, la différentiation et l'intégration numériques ainsi que les systèmes d'équations différentielles ordinaires. L'auteur met l'accent sur la compréhension profonde des méthodes proposées plutôt que sur la programmation, en présentant chaque thème à l'aide d'exemples, de figures, de tableaux et d'applications.

Ce livre s'adresse aux étudiants en sciences et en génie ainsi qu'aux ingénieurs et aux scientifiques qui désirent acquérir des connaissances et des habiletés de base dans le domaine de l'analyse numérique.

André Fortin est professeur au Département de mathématiques et de statistique de l'Université Laval à Québec. Il a enseigné au Département de mathématiques et de génie industriel de l'École Polytechnique de Montréal de 1984 à 2000. Il est également directeur du Groupe interdisciplinaire de recherche en éléments finis (GIREF) qui réunit des chercheurs provenant principalement de l'Université Laval et de l'École Polytechnique. Ce centre s'intéresse aux aspects théoriques et pratiques de la modélisation numérique et de ses applications industrielles.

ISBN : 978-2-553-01622-6



PRESSES INTERNATIONALES
POLYTECHNIQUE