

Bruno Ingrao

Coniques projectives,
affines et métriques



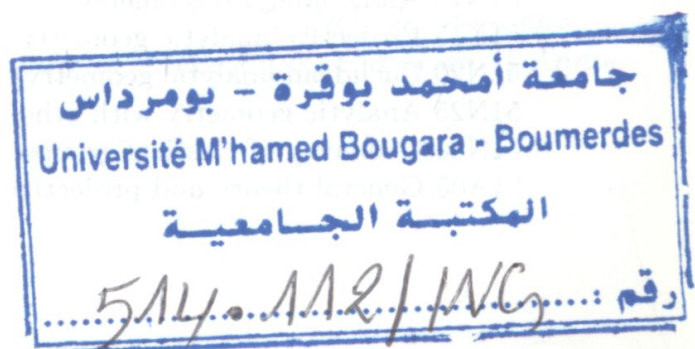
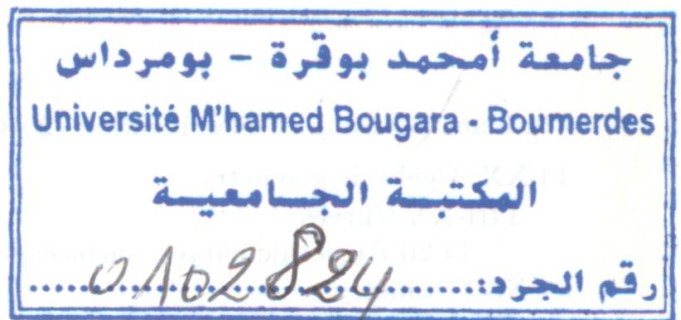
Calvage & Mounet

Bruno Ingrao

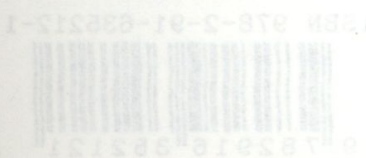


Coniques projectives, affines et métriques

Cours et exercices



01EXP



Calvage & Mounet

Table des matières

I. Espaces projectifs

1. Généralités	1
2. Définition d'un espace projectif	2
3. Dualité dans les espaces projectifs	5
4. Les homographies	6
5. Exercices	23

II. Complétion projective d'un espace affine

1. Définition	27
2. Une application typique	30
3. Passage par des abscisses	31
4. Changements de coordonnées	33
5. Exercices	34

III. Complétion projective des espaces affines euclidiens

1. Éléments métriques vectoriels complexes	37
2. Éléments métriques dans le complexifié du plan affine euclidien	39
3. Exercices	41

IV. L'espace des formes quadratiques sur E

1. Définitions	45
2. Orthogonalité	47
3. La réduction des formes quadratiques	47

V. Propriétés projectives des coniques

1. Les coniques du plan projectif	53
2. Propriétés projectives des coniques propres	60
3. L'aspect tangentiel des coniques	67
4. Génération des coniques par homographies	70
5. Exercices	73

VI. Classification affine des coniques réelles.	
1. Introduction	77
2. Classification affine des coniques réelles	77
3. Propriétés affines des coniques à centre	80
4. Tangentes et asymptotes à une conique à centre	85
5. Propriétés affines de la parabole	87
6. Exercices	89
VII. La classification métrique des coniques	
1. Préliminaire	91
2. Propriétés focales communes aux coniques propres	92
3. Étude métrique de la parabole	97
4. Propriétés bifocales des coniques à centre	102
5. Étude des propriétés métriques de l'ellipse	105
6. Propriétés métriques de l'hyperbole	110
7. Exercices	117
VIII. Diverses applications	
1. Coniques tangentielles et homographies	121
2. Les faisceaux de coniques	125
3. Les homographies sur les coniques	144
4. Exercices	155
IX. Quelques constructions	
1. Construction de la polaire d'un point	161
2. Construction de l'intersection d'une droite et d'une conique	164
3. Et pour quelques dollars de plus	165
X. Les sections coniques	
1. Les cônes de révolution	171
2. Cônes et coniques	172
3. L'aspect métrique	174
4. La réciproque	177
5. Exercices	180
XI. Et l'espace alors ?	
1. Introduction	183
2. Généralités	183
3. Étude des quadriques propres	186
4. La classification projective des quadriques complexes	195
5. La classification projective des quadriques réelles	197
6. La classification affine des quadriques réelles	199
7. Aperçu sur les faisceaux de quadriques	205

A. Espaces affines et notions associées	
1. Espaces affines	209
2. Espace vectoriel adjoint d'un espace affine	228
3. Exercices	233
B. Complexifié d'un espace vectoriel ou affine réel	
1. Le complexifié d'un espace vectoriel	239
2. Le complexifié d'un espace affine réel	241
3. Exercices	242
C. Formes bilinéaires	
1. L'espace des formes bilinéaires sur E	245
2. Orthogonalité relativement à une forme bilinéaire	247
D. Espaces euclidiens	
1. Les espaces vectoriels euclidiens	251
2. Le groupe orthogonal	255
3. La notion d'angle orienté	262
4. Exercices	267
E. Le plan affine euclidien	
1. L'alignement	269
2. Les angles	270
3. Les isométries	270
4. Les similitudes	275
5. Complément sur les cercles	282
6. Cercles orthogonaux	290
F. À propos d'un théorème	
G. Indications et solutions	
1. Chapitre I	295
2. Chapitre II	298
3. Chapitre III	302
4. Chapitre V	304
5. Chapitre VI	312
6. Chapitre VII	314
7. Chapitre VIII	323
H. Problème de concours général	
1. Problème de concours général 1961	337
I. Concours d'entrée 2006 à l'École Centrale	
Bibliographie	347
Notations	349
Index	351