

Ahmed Lesfari

Distributions, analyse de FOURIER et transformation de LAPLACE

Cours et exercices

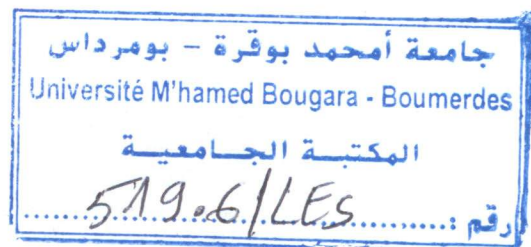
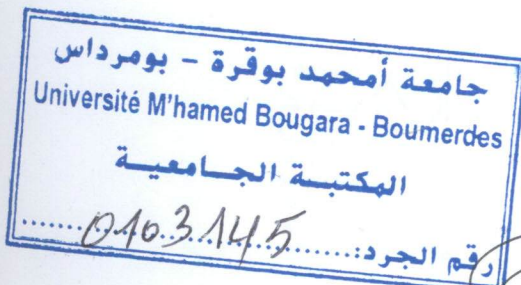




Distributions, analyse de Fourier et transformation de Laplace

Cours et exercices

Ahmed Lesfari



02 EXP.

ellipses

Table des matières

I DISTRIBUTIONS	13
1 Définitions et exemples	15
1.1 Espace des fonctions test $\mathcal{D}$	16
1.2 Définition d'une distribution	18
1.3 Exemples de distributions	20
1.3.1 Fonctions localement sommables	20
1.3.2 Distribution de Dirac	24
1.3.3 Mesures	25
1.4 Quelques définitions et propriétés locales	25
1.5 Extension de l'espace $\mathcal{D}$: espaces $\mathcal{C}$, $\mathcal{E}$ et $\mathcal{S}$	28
1.6 Exercices résolus	29
1.7 Exercices proposés	37
2 Dérivation des distributions	41
2.1 Définition et propriétés	42
2.2 Exemples	43
2.2.1 Dérivée de la fonction d'Heaviside	43
2.2.2 Dérivée de la distribution de Dirac	43
2.2.3 Dérivée d'une fonction discontinue	44
2.3 Extension au cas de plusieurs variables	45
2.4 Exercices résolus	46
2.5 Exercices proposés	63
3 Opérations élémentaires	67
3.1 Multiplication des distributions	67
3.2 Translation d'une distribution	69
3.3 Changement d'échelle	70
3.4 Transposée et parité d'une distribution	70
3.5 Exercices résolus	71
3.6 Exercices proposés	81

4	Convergence des distributions	85
4.1	Définitions et propriétés	85
4.2	Exercices résolus	89
4.3	Exercices proposés	101
5	Convolution	105
5.1	Produit tensoriel	105
5.2	Convolution des fonctions	110
5.3	Convolution des distributions	113
5.4	Algèbre de convolution	118
5.5	Équation de convolution	119
5.5.1	Définitions et propriétés	119
5.5.2	Opérateurs différentiels à coefficients constants	121
5.5.3	Équations différentielles linéaires à coefficients constants	124
5.6	Exercices résolus	126
5.7	Exercices proposés	136
II	ANALYSE DE FOURIER	139
6	Séries de Fourier	141
6.1	Séries trigonométriques	142
6.2	Séries de Fourier, Théorème de Dirichlet	147
6.3	Cesaro, Fejér, Jordan et Weierstrass	164
6.4	Égalité de Parseval et inégalité de Bessel	169
6.5	Séries de Fourier des distributions	173
6.6	Exercices résolus	180
6.7	Exercices proposés	224
7	Transformée de Fourier	235
7.1	Transformée de Fourier dans $\mathcal{L}^1$	236
7.2	Transformée de Fourier dans $\mathcal{S}$	243
7.3	Transformée de Fourier des distributions	248
7.4	Transformée de Fourier dans $\mathcal{L}^2$	257
7.5	Transformée de Fourier à plusieurs variables	261
7.6	Exercices résolus	264
7.7	Exercices proposés	284

III TRANSFORMATION DE LAPLACE	289
8 Transformée de Laplace	291
8.1 Transformée de Laplace des fonctions	291
8.2 Transformée de Laplace des distributions	303
8.3 Applications	307
8.3.1 Équations différentielles	307
8.3.2 Résolution des équations de convolution	312
8.3.3 Résolution des équations intégrales	313
8.3.4 Etude de la stabilité de quelques systèmes non-linaires .	316
8.4 Exercices résolus	322
8.5 Exercices proposés	358
9 Appendice	365
9.1 Éléments de topologie	365
9.2 Mesure et intégrale de Lebesgue	371
Bibliographie	379
Index	381

Distributions, analyse de Fourier et transformation de Laplace

Ce livre a pour but d'exposer de la manière la plus simple, mais rigoureuse sur le plan mathématique, une théorie fondamentale aussi bien en mathématique qu'en physique. L'ouvrage s'organise en trois grandes parties, respectivement intitulées : Distributions, Analyse de Fourier et Transformée de Laplace, ainsi qu'un appendice. On trouvera une description détaillée de toutes ces notions dans l'introduction propre à chaque chapitre. Chacun commence par un exposé clair et précis de la théorie (définitions, propositions, remarques, etc.). En général, les démonstrations sont complètes, détaillées et accessibles à un large public. Par ailleurs, le souci de rendre les notations aussi simples que possible a conduit à raisonner souvent dans le cas d'une variable avec des indications sur les quelques changements que demande le cas de plusieurs variables.

De nombreux exemples se trouvent disséminés dans le texte. En outre, comme il s'adresse principalement à tous les étudiants scientifiques entrant dans un établissement d'enseignement supérieur, chaque chapitre comporte de nombreux exercices de difficulté variée complètement résolus ainsi que des exercices proposés avec éventuellement des réponses ou des indications. Certains exercices ont fait l'objet de questions d'examen au cours des dernières années. Par ailleurs parmi ces exercices il y en a des classiques, que l'on retrouvera certainement ailleurs, et d'autres qui sont vraisemblablement originaux.

Cet ouvrage est destiné aux étudiants de licence ou master de mathématiques (L2, L3, M1) ainsi qu'aux élèves des grandes écoles scientifiques et techniques. Il peut également être utile aux enseignants.

L'auteur, titulaire d'un doctorat d'état en sciences mathématiques, est professeur de l'enseignement supérieur à l'université Chouaib Doukkali, faculté des sciences, département de mathématiques, El Jadida, Maroc.

