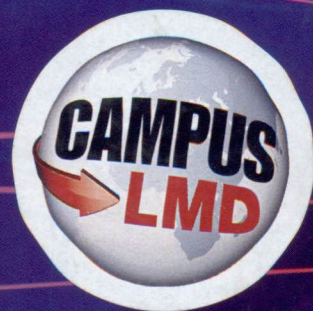


Nicolas Flasque
Franck Lepoivre
Nicolas Sicard



Exercices et problèmes d'algorithmique numérique

- ◆ **Rappels de cours**
- ◆ **Exercices et problèmes
avec corrigés détaillés**

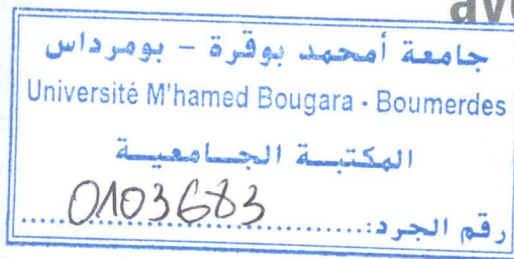
Licence
Écoles d'ingénieurs
IUT, DUT, BTS

DUNOD



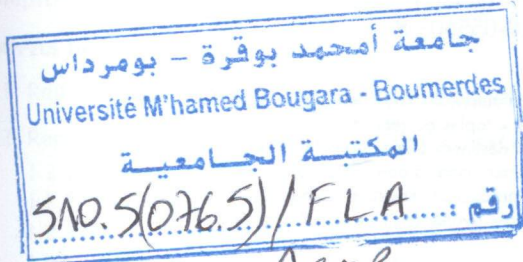
EXERCICES ET PROBLÈMES D'ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE

- Rappels de cours
- Exercices et problèmes
avec corrigés détaillés



Nicolas Flasque
Enseignant-chercheur à l'EFREI

Franck Lepoivre
Enseignant-chercheur freelance (Pepper Labs)



Nicolas Sicard
Enseignant-chercheur à l'EFREI

Leap.

DUNOD

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	IX
Le but de cet ouvrage	IX
Répondre aux exigences pédagogiques	IX
Donner un nouvel éclairage de la discipline	IX
Introduire un domaine particulièrement vaste en peu de pages	X
À qui s'adresse cet ouvrage	X
Esprit et mode d'emploi de l'ouvrage	X
Apprentissage par la pratique	X
Exercices et problèmes de difficulté progressive, indication de difficulté	XI
Implantation C de certains algorithmes	XI
Structure de l'ouvrage	XI
Les auteurs	XII
Remerciements	XII
Introduction	1
Le calcul scientifique et l'analyse numérique	1
L'analyste numérique	1
Modélisation	1
Méthode numérique	2
Ingénierie informatique	2
Chapitre 1. Arithmétique d'ordinateur	5
RAPPELS DE COURS	5
1.1 Représentation des nombres entiers en machine	5
1.2 Représentation des nombres réels en machine	6
1.2.1 Codage en virgule fixe	6
1.2.2 Codage en virgule flottante [1]	6
1.2.3 Limites de la représentation [7]	7
1.2.4 Normalisation	8
1.2.5 Application à la base deux (binaire)	9
1.2.6 Extension de la norme	10

Table des matières

1.3 Erreurs numériques [1]	10
1.3.1 Erreurs d'affectation	11
1.3.2 Opérations arithmétiques élémentaires	11
1.4 Propagation des erreurs numériques [1]	13
1.4.1 Séquence de produits	13
1.4.2 Un cas d'école : le calcul de l'exponentielle	14
1.5 Conditionnement et stabilité numérique	15
ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	15
Représentation flottante des réels	15
Codage et décodage	15
Maîtrise de l'ensemble de définition et de ses limites	16
Représentation flottante des réels en virgule flottante	17
Erreur d'affectation et d'approximation	18
CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	19
Chapitre 2. Résolution de systèmes d'équations linéaires	45
RAPPELS DE COURS	45
2.1 Systèmes linéaires	45
2.1.1 Problème mathématique	46
2.1.2 De l'importance du conditionnement	46
2.2 Méthodes de résolution directe	47
2.2.1 Pivot de Gauss [2]	47
2.3 Méthodes de résolution itératives (indirectes) [2]	52
2.3.1 Principe	52
2.3.2 Méthode de Jacobi	53
2.3.3 Méthode de Gauss-Seidel	55
2.3.4 Un peu de relaxation...	57
ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	58
Méthodes directes (pivot de Gauss partiel et total)	58
Mise en œuvre du pivot partiel	58
Pivot simple et erreur numérique	59
Mise en œuvre du pivot total	60
Algorithmique du pivot	61
Méthodes itératives (Jacobi, Gauss-Seidel)	61
CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	62
COMPLÉMENTS DE PROGRAMMATION	80

Chapitre 3. Interpolation et approximation	83
RAPPELS DE COURS	83
3.1 Interpolation	83
3.1.1 Introduction	83
3.1.2 Interpolation de Lagrange	85
3.1.3 Interpolation de Newton	86
3.1.4 Interpolation de Neville	88
3.1.5 Interpolation par les splines cubiques	90
3.2 Approximation	93
3.2.1 Méthode des moindres carrés	94
3.2.2 Cas particulier de la régression linéaire	96
ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	97
Interpolation polynomiale	97
Interpolation de Lagrange	97
Interpolation de Newton	98
Interpolation de Neville	100
Comparaison des méthodes de Lagrange et Newton	101
Approximation	101
Moindres carrés et régression linéaire	101
CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	102
Chapitre 4. Dérivation et intégration	125
RAPPELS DE COURS	125
4.1 Dérivation numérique	125
4.1.1 La méthode des différences finies	126
4.1.2 Exploitation du développement de Taylor pour le calcul numérique	127
4.1.3 Extrapolation de Richardson	130
4.1.4 Comparaison avec l'interpolation polynomiale	132
4.2 Intégration numérique	134
4.2.1 Méthodes de Newton-Cotes à N points de mesure	135
4.2.2 Méthode de Simpson	137
4.2.3 Méthode de Romberg	139
ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	142
Dérivation numérique	142
Différences finies	142
Extrapolation de Richardson	145
Synthèse	146
Intégration numérique	147
Méthode des trapèzes	147
Méthode de Simpson	147

Table des matières

Méthode de Romberg	149
Choix de méthode d'intégration numérique	149
Synthèse	149
Algorithmes et programmes pour le calcul d'intégrales	150
CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	150
Chapitre 5. Le calcul rapide	171
RAPPELS DE COURS	171
5.1 Méthode de Ruffini-Horner, exponentiation rapide	172
5.1.1 Exponentiation rapide	172
5.1.2 Méthode de Horner	173
5.2 Multiplication rapide	173
5.2.1 Multiplication de Karatsuba	174
5.2.2 Multiplication matricielle de Strassen	174
5.3 CORDIC	176
5.3.1 La fonction historique de CORDIC : la tangente d'un angle donné	176
5.3.2 Second CORDIC	180
ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	182
Ruffini-Horner	182
Exponentiation rapide	183
Multiplication rapide de Karatsuba	183
Strassen	184
CORDIC	184
CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	185
Bibliographie	209
Index	211

Nicolas Flasque
Franck Lepoivre
Nicolas Sicard

Exercices et problèmes d'algorithmique numérique

Cet ouvrage a été conçu pour les étudiants en licences scientifiques ou en écoles d'ingénieurs. Il compte **87 exercices et problèmes corrigés**. Dans chaque chapitre, le lecteur trouvera :

- **Un rappel de cours concis**

Un certain nombre de méthodes de résolution connues de problèmes d'analyse numérique et leur traduction algorithmique sont présentées. Les contraintes de l'informaticien (ou du numéricien), liées à la simplification du modèle mathématique, à la discrétisation des données et à leur représentation et à leur calcul en machine sont également abordées.

- **Des énoncés d'exercices et de problèmes**

Ces énoncés, dont certains sont extraits de sujets d'examen sont variés et de difficulté croissante.

- **Des solutions complètes de tous les énoncés**

Chaque énoncé est intégralement corrigé. Des conseils méthodologiques mettent en valeur les étapes importantes du raisonnement. Pour permettre de compléter les exercices par une mise en œuvre immédiate des méthodes présentées dans l'ouvrage, certaines d'entre elles sont illustrées sous la forme d'un programme en langage C.

Nicolas Flasque
est enseignant-chercheur à l'EFREI.

Franck Lepoivre
est enseignant-chercheur freelance (Pepper Labs).

Nicolas Sicard
est enseignant-chercheur à l'EFREI.

