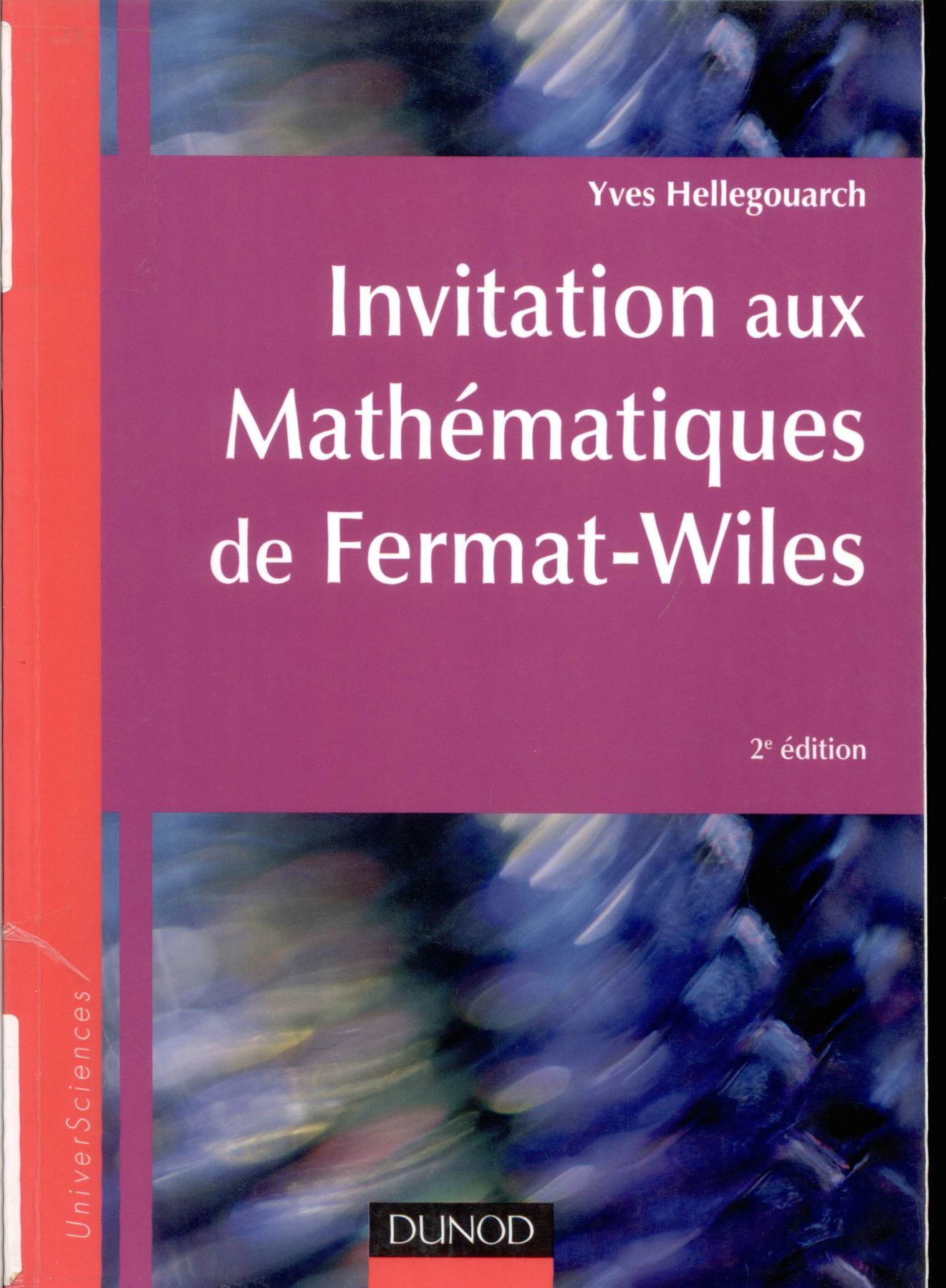




Yves Hellegouarch

Invitation aux Mathématiques de Fermat-Wiles

2^e édition

UniverSciences

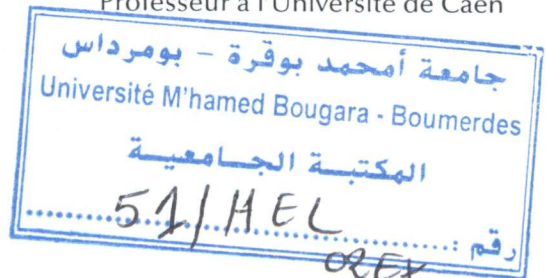
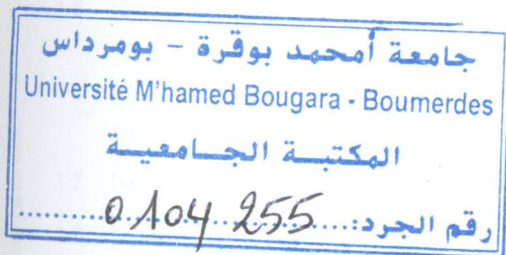
DUNOD



Invitation aux Mathématiques de Fermat-Wiles

Yves Hellegouarch

Professeur à l'Université de Caen



2^e édition

DUNOD

Table des matières

PRÉAMBULE	1
CHAPITRE 1 • CHEMINS	5
1.1 Diophante et son Arithmétique	6
1.2 Traductions de Diophante	7
1.3 Fermat	7
1.4 La descente infinie	8
1.5 Le « théorème » de Fermat en degré 4	11
1.6 Le théorème des deux carrés	13
1.6.1 Démonstration moderne	13
1.6.2 Démonstration « à la Fermat » du théorème crucial	16
1.6.3 Représentations en somme de deux carrés	17
1.7 Démonstration « à la Euler » du théorème de Fermat pour $n = 3$	20
1.8 Kummer 1847	21
1.8.1 Anneau des entiers de $\mathbb{Q}(\zeta)$	22
1.8.2 Un lemme de Kummer sur les unités de $\mathbb{Z}[\zeta]$	26
1.8.3 Les idéaux de $\mathbb{Z}[\zeta]$	27
1.8.4 Démonstration de Kummer (1847)	29
1.8.5 Nombres premiers réguliers	33
1.9 L'approche actuelle	35
EXERCICES ET PROBLÈMES	37

5.7	Formes de Hecke	290
5.7.1	Opérateurs de Hecke pour $SL_2(\mathbb{Z})$	291
5.8	Théorie de Hecke	295
5.8.1	Transformation de Mellin	296
5.8.2	Equation fonctionnelle des fonctions $L(f, s)$	297
5.9	Théorème de Wiles	299
	EXERCICES ET PROBLÈMES	303
	CHAPITRE 6 • NOUVEAUX PARADIGMES, NOUVELLES ÉNIGMES	315
6.1	Une seconde définition de l'anneau $\mathbb{Z}_p$ des entiers p -adiques	316
6.2	Module de Tate $T_\ell(E)$	319
6.3	Un résultat merveilleux	320
6.4	Fonctions loxodromiques de Tate	321
6.5	Courbes $E_{A,B,C}$	323
6.5.1	Réduction de certaines courbes $E_{A,B,C}$	324
6.5.2	Propriété du corps K_p associé à E_{a^p, b^p, c^p}	325
6.5.3	Résumé des propriétés de E_{a^p, b^p, c^p}	326
6.6	Conjectures de Serre	327
6.7	Le théorème de Mazur-Ribet	330
6.7.1	Le théorème de Mazur-Ribet	330
6.7.2	Autres applications	332
6.8	Conjecture de Szpiro et conjecture abc	333
6.8.1	Conjecture de Szpiro	333
6.8.2	Conjecture abc	334
6.8.3	Conséquences	335
	EXERCICES ET PROBLÈMES	338
	ANNEXE • ORIGINE DE L'APPROCHE ELLIPTIQUE DU DERNIER THÉORÈME DE FERMAT	349
	BIBLIOGRAPHIE GÉNÉRALE	361
	BIBLIOGRAPHIE DE L'ANNEXE	367
	INDEX	369

Yves Hellegouarch

2^e édition

INVITATION AUX MATHÉMATIQUES DE FERMAT-WILES

Le théorème de Fermat a tenu en haleine de nombreuses générations de mathématiciens depuis plus de trois cents ans. Le 19 septembre 1994, Andrew Wiles parvenait à surmonter le dernier obstacle conduisant à la démonstration de ce théorème.

Cet ouvrage retrace l'aventure intellectuelle qui a conduit à l'élucidation par Wiles d'une des plus belles énigmes mathématiques. Les grands thèmes théoriques qui fournissent les prolégomènes à la théorie de Wiles sont abordés progressivement. L'exposé ne se présente donc pas comme un corps de doctrine accompli mais plutôt comme un ensemble ouvert dont le leitmotiv est la théorie de Wiles tout en étant intransigeant sur la précision des énoncés. Par ailleurs, le cours et les exercices contiennent de nombreux thèmes qui peuvent être développés dans des Travaux d'Étude et de Recherche.

L'ouvrage s'adresse aux étudiants et peut servir d'introduction à diverses théories, habituellement enseignées en Master (algèbre commutative, théorie des corps, représentations linéaires des groupes, géométrie algébrique, fonctions d'une variable complexe). Cependant, il s'adresse aussi à toute personne curieuse de connaître les progrès décisifs de l'esprit humain dans les sciences.

La présente édition a fait l'objet d'une révision (corrections et renouvellement des exercices et problèmes).

YVES
HELLEGOUARCH
ancien élève à l'ENS
d'Ulm, auteur d'une
thèse sur les « Courbes
elliptiques et l'équation
de Fermat », est
professeur à l'université
de Caen.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE



6677488

ISBN 978-2-10-053721-1

www.dunod.com

